

**Hong Kong Mathematics Olympiad (1997 – 98)**  
**Heat Event (Group)**  
**香港数学竞赛 (1997 – 98)**  
**初赛项目(团体)**

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。

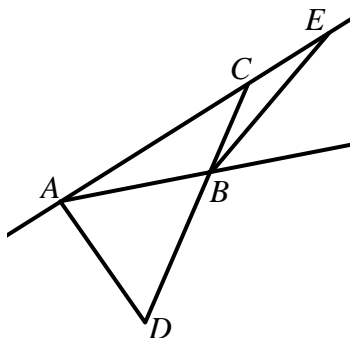
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 若  $x + \frac{1}{x} = 2$ ，求  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  的值。

If  $x + \frac{1}{x} = 2$ , find the value of  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ .

2. 在图一， $ABC$  是一三角形，外角  $A$  和  $B$  的角平分线  $AD$  和  $BE$  分别交  $CB$  和  $AC$  的延线于  $D$  和  $E$ 。设  $AD = BE = AB$  和  $\angle BAC = a^\circ$ ，求  $a$  的值。

In Figure 1,  $ABC$  is a triangle.  $AD$  and  $BE$  are the bisectors of the exterior angles  $A$  and  $B$  respectively meeting  $CB$  and  $AC$  produced at  $D$  and  $E$ . Let  $AD = BE = AB$  and  $\angle BAC = a^\circ$ . Find the value of  $a$ .



图一

Figure 1

3. 若  $-6 \leq a \leq 4$  及  $3 \leq b \leq 6$ ，求  $a^2 - b^2$  的最大值。

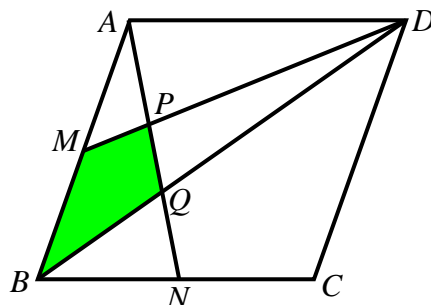
If  $-6 \leq a \leq 4$  and  $3 \leq b \leq 6$ , find the greatest value of  $a^2 - b^2$ .

4. 给出整数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，使  $a^2 = b^3 = c$ 。若  $c > 1$ ，求  $c$  的最小值。

Let  $a$ ,  $b$ ,  $c$  be integers such that  $a^2 = b^3 = c$ . If  $c > 1$ , find the smallest value of  $c$ .

5. 在图二，平行四边形  $ABCD$  之面积为 120。点  $M$  和  $N$  分别为边  $AB$  及  $BC$  之中点。  $AN$  与  $MD$  及  $BD$  分别相交于点  $P$  及  $Q$ 。求  $BQPM$  的面积。

In Figure 2, the area of the parallelogram  $ABCD$  is 120.  $M$  and  $N$  are the mid-points of  $AB$  and  $BC$  respectively.  $AN$  intersects  $MD$  and  $BD$  at points  $P$  and  $Q$  respectively. Find the area of  $BQPM$ .

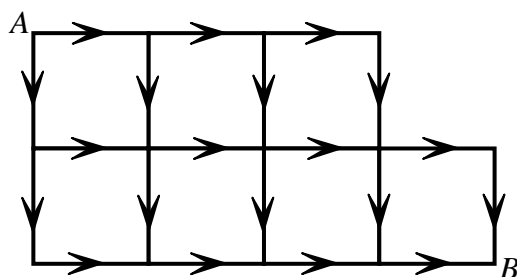


图二

Figure 2

6. 在图三，沿箭头方向前进，求  $A$  到  $B$  点的不同路线数目。

In Figure 3, find the number of possible paths from point  $A$  to point  $B$  following the direction of arrow heads.



图三

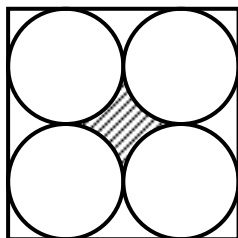
Figure 3

7. 求方程  $(x-2)(2x-1)=5$  的最小实根。

Find the smallest real root of the equation  $(x-2)(2x-1)=5$ .

8. 在图四，四个半径为 1 的圆紧紧地放在一个正方形内。求阴影部分的面积。(答案准确至最接近之整数)。

In Figure 4, four circles with radius 1 touch each other inside a square. Find the shaded area. (Correct your answer to the nearest integer.)

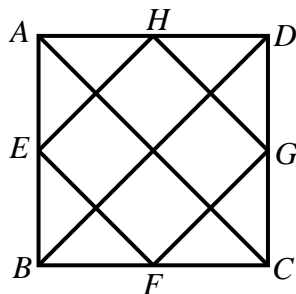


图四

Figure 4

9. 在图五， $ABCD$  为正方形。点  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别为边  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 、 $DA$  之中点，求图中直角三角形的数目。

In Figure 5,  $ABCD$  is a square and points  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  are the mid-points of sides  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  respectively. Find the number of right-angled triangles in the figure.



图五

Figure 5

10. 某测验共有 25 题多项选择题。每题答对得 4 分，答错扣 1 分。某学生全答所有题目，得分 70，问该生共答对多少题？

A test is composed of 25 multiple-choice questions. 4 marks will be awarded for each correct answer and 1 mark will be deducted for each incorrect answer. A pupil answered all questions and got 70 marks. How many questions did the pupil answer correctly?